

Esame di Metodi Matematici per l'Ingegneria
Prova 2

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi in Ingegneria _____

QUESITO N. 1. Si dia la definizione di serie di Fourier di una funzione $f \in L^2([\pi, \pi])$ e si enunci il criterio di convergenza di Weierstrass.

QUESITO N. 2. Si dia la definizione di convoluzione di due funzioni e si enunci un teorema di approssimazione basato sui nuclei di convoluzione.

QUESITO N. 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2ix}}{1+x^2} + 3p_2(x-1).$$

(Ricordiamo che la funzione porta è definita come $p_{2a} = \chi_{[-a,a]}$)

(i) Si determini la trasformata di Fourier \hat{f} di f .

(ii) Si stabilisca se e in quale senso \hat{f} è antitrasformabile.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

QUESITO N. 4. Si scrivano le formule integrali di Cauchy per una funzione olomorfa $f : A \rightarrow \mathbb{C}$ in un aperto connesso $A \subset \mathbb{C}$ e per le sue derivate di ordine n .

QUESITO N. 5. Sia $f : A \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa in un aperto connesso $A \subset \mathbb{C}$.

(i) Si mostri che non è necessariamente vero che f sia primitivabile in A .

(ii) Quale ipotesi su A è possibile aggiungere in modo tale da rendere vera l'implicazione f olomorfa $\Rightarrow f$ primitivabile su A ?

QUESITO N. 6. Si determini una funzione u che verifica le condizioni $u(0) = 4$ e, per ogni $t > 0$,

$$e^{-2t} + \int_0^t u'(s) e^{-2(t-s)} ds = 1.$$